



*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*

**QUESTIONARIO**

1. Determinare l'espressione analitica della funzione  $y = f(x)$  sapendo che la retta  $y = -2x + 5$  è tangente al grafico di  $f$  nel secondo quadrante e che  $f'(x) = -2x^2 + 6$ .

2. Dimostrare che il volume del tronco di cono è espresso dalla formula:

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r),$$

dove  $R$  ed  $r$  sono i raggi e  $h$  l'altezza.

3. Lanciando una moneta sei volte qual è la probabilità che si ottenga testa "al più" due volte? Qual è la probabilità che si ottenga testa "almeno" due volte?

4. Di quale delle seguenti equazioni differenziali la funzione  $y = \frac{\ln(x)}{x}$  è soluzione?

$$y'' + 2 \cdot \frac{y'}{x} = y$$

$$y' + x \cdot y'' = 1$$

$$x \cdot y' = \frac{1}{x} + y$$

$$x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + \frac{2}{x} = y$$

5. Determinare un'espressione analitica della retta perpendicolare nell'origine al piano di equazione  $x + y - z = 0$ .

6. Sia  $f$  la funzione, definita per tutti gli  $x$  reali, da

$$f(x) = (x - 1)^2 + (x - 2)^2 + (x - 3)^2 + (x - 4)^2 + (x - 5)^2,$$

determinare il minimo di  $f$ .

7. Detta  $A(n)$  l'area del poligono regolare di  $n$  lati inscritto in un cerchio  $C$  di raggio  $r$ , verificare che  $A(n) = \frac{n}{2}r^2 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}$  e calcolarne il limite per  $n \rightarrow \infty$ .

8. I lati di un triangolo misurano, rispettivamente, 6 cm, 6 cm e 5 cm. Preso a caso un punto  $P$  all'interno del triangolo, qual è la probabilità che  $P$  disti più di 2 cm da tutti e tre i vertici del triangolo?

9. Data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - kx + k & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

determinare il parametro  $k$  in modo che nell'intervallo  $[0, 2]$  sia applicabile il teorema di Lagrange e trovare il punto di cui la tesi del teorema assicura l'esistenza.

10. Il grafico della funzione  $f(x) = \sqrt{x}$  ( $x \in \mathbb{R}, x \geq 0$ ) divide in due porzioni il rettangolo ABCD avente vertici  $A(1, 0)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(4, 2)$  e  $D(1, 2)$ . Calcolare il rapporto tra le aree delle due porzioni.